

Минобрнауки России

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)**

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой

Кургалин Сергей Дмитриевич

Кафедра цифровых технологий

25.06.2021



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.О.15 Математическая логика

1. Код и наименование направления подготовки/специальности:

02.03.01 Математика и компьютерные науки

2. Профиль подготовки/специализация:

Квантовая теория информации, Распределенные системы и искусственный интеллект

3. Квалификация (степень) выпускника:

Бакалавриат

4. Форма обучения:

Очная

5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:

Кафедра цифровых технологий

6. Составители программы:

Лобода Александр Васильевич, доктор физико-математических наук, профессор

7. Рекомендована:

протокол НМС ФКН № 5 от 10.03.2021

8. Учебный год:

2021-2022

9. Цели и задачи учебной дисциплины:

целью дисциплины является закрепление у студентов навыков строгих рассуждений, изучение принципов формализации логических рассуждений в связи с общематематическими проблемами и с понятием искусственного интеллекта. Основной задачей является развитие логических и алгоритмических навыков в приложении к различным проблемам обработки и передачи информации.

10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:

Дисциплина относится к обязательной части блока Б1. Для успешного освоения дисциплины требуются знания в объеме школьной программы по математике, а также материал и логические конструкции, излагаемые в курсах математического анализа, алгебры, дискретной математики.

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников) и индикаторами их достижения:

Код и название компетенции	Код и название индикатора компетенции	Знания, умения, навыки
<p>ОПК-1 Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности</p>	<p>ОПК-1.1 Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук</p>	<p>Знает основные понятия математической логики и теории алгоритмов; идеи и принципы формализации логических рассуждений в связи с понятием искусственного интеллекта; основные направления в развитии к-значной и нечеткой логики</p>
<p>ОПК-1 Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности</p>	<p>ОПК-1.2 Умеет использовать их в профессиональной деятельности</p>	<p>Умеет проверять общезначимость и выводимость формул исчисления высказываний; формулировать в символьной форме простейшие математические определения; реализовывать простейшие формальные алгоритмы в терминах машин Тьюринга.</p>

Код и название компетенции	Код и название индикатора компетенции	Знания, умения, навыки
ОПК-1 Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности	ОПК-1.3 Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний	Владеет основными идеями теории алгоритмов, вычислимых и рекурсивных функций в приложении к задачам обработки информации; различными способами описания автоматных (ограниченно-детерминированных) функций и функций k-значной логики.

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час:

4/144

Форма промежуточной аттестации:

Зачет с оценкой, Контрольная работа

13. Трудоемкость по видам учебной работы

Вид учебной работы	Семестр 2	Всего
Аудиторные занятия	64	64
Лекционные занятия	32	32
Практические занятия	32	32
Лабораторные занятия		0
Самостоятельная работа	80	80
Курсовая работа		0
Промежуточная аттестация	0	0
Часы на контроль		0
Всего	144	144

13.1. Содержание дисциплины

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК
1	Детерминированные и ограниченно-детерминированные функции (ОДФ)	Вес ОДФ. Представление ОДФ при помощи деревьев, диаграмм Мура, конечных автоматов. Обратная связь Полные системы ОДФ.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=6867
2	Формальные аксиоматические теории	Логика высказываний (ЛВ). Общезначимые формулы ЛВ. Исчисление высказываний как формальная (аксиоматическая) теория. Формальный вывод. Полнота и непротиворечивость формальных теорий. Простейшие понятия исчисления предикатов.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=6867
3	Элементы теории алгоритмов	Понятие и простейшие примеры машины Тьюринга. Вычислимые функции и операции с ними. Классы рекурсивных функций. Частичная рекурсивность вычислимых функций.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=6867

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК
4	К-значная логика	Описание функций к-значной логики при помощи формул. Полные системы функций. Замкнутые классы функций к-логики и их свойства. Особенности к-значной логики. Многочлены по модулю к; теорема Слупецкого о существенной функции.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=6867

13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела)	Лекционные занятия	Практические занятия	Лабораторные занятия	Самостоятельная работа	Всего
1	Детерминированные и ограниченно-детерминированные функции (ОДФ)	8	8		20	36
2	Формальные аксиоматические теории	8	8		20	36
3	Элементы теории алгоритмов	8	8		20	36
4	К-значная логика	8	8		20	36
		32	32	0	80	144

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Освоение дисциплины складывается из аудиторной работы (учебной деятельности, выполняемой под руководством преподавателя) и внеаудиторной работы (учебной деятельности, реализуемой обучающимся самостоятельно).

Аудиторная работа состоит из работы на лекциях и выполнения практических (или лабораторных) заданий в объёме, предусмотренном учебным планом. Лекция представляет собой последовательное и систематическое изложение учебного материала, направленное на знакомство обучающихся с основными понятиями и теоретическими положениями изучаемой дисциплины. Лекционные занятия формируют базу для практических (или лабораторных) занятий, на которых полученные теоретические знания применяются для решения конкретных практических задач. Обучающимся для успешного освоения дисциплины рекомендуется вести конспект лекций и практических (лабораторных) занятий.

Самостоятельная работа предполагает углублённое изучение отдельных разделов дисциплины с использованием литературы, рекомендованной преподавателем, а также конспектов лекций, презентационным материалом (при

наличии) и конспектов практических (лабораторных) занятий. В качестве плана для самостоятельной работы может быть использован раздел 13.1 настоящей рабочей программы, в котором зафиксированы разделы дисциплины и их содержание. В разделе 13.2 рабочей программы определяется количество часов, отводимое на самостоятельную работу по каждому разделу дисциплины. Большее количество часов на самостоятельную работу отводится на наиболее трудные разделы дисциплины. Для самостоятельного изучения отдельных разделов дисциплины используется перечень литературы и других ресурсов, перечисленных в пунктах 15 и 16 настоящей рабочей программы.

Успешность освоения дисциплины определяется систематичностью и глубиной аудиторной и внеаудиторной работы обучающегося.

При использовании дистанционных образовательных технологий и электронного обучения выполнять все указания преподавателей, вовремя подключаться к online занятиям, ответственно подходить к заданиям для самостоятельной работы.

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

№ п/п	Источник
1	Зюзьков, В. М. Введение в математическую логику [Электронный ресурс] : учебное пособие / Зюзьков В. М. — 2-е изд., испр. — Санкт-Петербург : Лань, 2018 .— 268 с. — Книга из коллекции Лань - Математика .— ISBN 978-5-8114-3053-6 .— <URL:https://e.lanbook.com/book/107935>.
2	Математическая логика и теория алгоритмов : учебное пособие / ; сост. А. Н. Макоха ; сост. А. В. Шапошников ; сост. В. В. Бережной ; Министерство образования РФ ; Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Северо-Кавказский федеральный университет» .— Ставрополь : СКФУ, 2017 .— 418 с. — Библиогр. в кн .— http://biblioclub.ru/ .— <URL:http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=467015>.

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
1	Успенский, В.А. Вводный курс математической логики [Электронный ресурс] / Успенский В.А., Верещагин Н.К., Плиско В.Е. - 2-е изд. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2007. — Москва : Физматлит, 2007 .— 128 с. — Вводный курс математической логики [Электронный ресурс] / Успенский В.А., Верещагин Н.К., Плиско В.Е. - 2-е изд. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2007. — ISBN 5-9221-0278-0 .— <URL:http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922102780.html>.
2	Ершов, Ю.Л. Математическая логика [Электронный ресурс] / Ершов Ю.Л., Палютин Е.А. - 6-е изд., испр. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2011. — Москва : Физматлит, 2011 .— 356 с. — Математическая логика [Электронный ресурс] / Ершов Ю.Л., Палютин Е.А. - 6-е изд., испр. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2011. — ISBN 5-9221-1301-4 .— <URL:http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922113014.html>.

№ п/п	Источник
3	Гаврилов, Г.П. Задачи и упражнения по дискретной математике [Электронный ресурс]: Учеб. пособие. / Гаврилов Г.П., Сапоженко А.А. - 3-е изд., перераб. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2009. — Москва : Физматлит, 2009. — 416 с. — Задачи и упражнения по дискретной математике [Электронный ресурс]: Учеб. пособие. / Гаврилов Г.П., Сапоженко А.А. - 3-е изд., перераб. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2009. — ISBN 5-9221-0477-7. — <URL: http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922104777.html >.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы:

№ п/п	Источник
1	ЗНБ ВГУ: https://lib.vsu.ru/
2	Электронно-библиотечная система "Университетская библиотека online": http://biblioclub.ru/
3	Электронно-библиотечная система "Лань": https://e.lanbook.com/
4	Электронно-библиотечная система "Консультант студента": http://www.studmedlib.ru
5	Электронный университет ВГУ: https://edu.vsu.ru/

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

№ п/п	Источник
1	Зюзьков, В. М. Введение в математическую логику [Электронный ресурс] : учебное пособие / Зюзьков В. М. — 2-е изд., испр. — Санкт-Петербург : Лань, 2018. — 268 с. — Книга из коллекции Лань - Математика. — ISBN 978-5-8114-3053-6. — <URL: https://e.lanbook.com/book/107935 >.
2	Гаврилов, Г.П. Задачи и упражнения по дискретной математике [Электронный ресурс]: Учеб. пособие. / Гаврилов Г.П., Сапоженко А.А. - 3-е изд., перераб. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2009. — Москва : Физматлит, 2009. — 416 с. — Задачи и упражнения по дискретной математике [Электронный ресурс]: Учеб. пособие. / Гаврилов Г.П., Сапоженко А.А. - 3-е изд., перераб. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2009. — ISBN 5-9221-0477-7. — <URL: http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922104777.html >.

17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ), электронное обучение (ЭО), смешанное обучение):

При реализации дисциплины могут использоваться технологии электронного обучения и дистанционные образовательные технологии на базе портала edu.vsu.ru, а также другие доступные ресурсы сети Интернет.

18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

394018, г. Воронеж, площадь Университетская, д. 1, ауд. 477

Учебная аудитория: специализированная мебель, ноутбук HP Pavilion Dv9000-er, мультимедийный проектор, экран

ПО: ОС Windows v.7, 8, 10, Набор утилит (архиваторы, файл-менеджеры), LibreOffice v.5-7, Foxit PDF Reader

394018, г. Воронеж, площадь Университетская, д. 1, ауд. 479

Учебная аудитория: специализированная мебель, компьютер преподавателя i5-8400-2,8ГГц, монитор с ЖК 19», мультимедийный проектор, экран

ПО: ОС Windows v.7, 8, 10, Набор утилит (архиваторы, файл-менеджеры), LibreOffice v.5-7, Foxit PDF Reader

394018, г. Воронеж, площадь Университетская, д. 1, ауд. 505п

Учебная аудитория: специализированная мебель, компьютер преподавателя i5-3220-3.3ГГц, монитор с ЖК 17", мультимедийный проектор, экран

ПО: ОС Windows v.7, 8, 10, Набор утилит (архиваторы, файл-менеджеры), LibreOffice v.5-7, Foxit PDF Reader

394018, г. Воронеж, площадь Университетская, д. 1, ауд. 292

Учебная аудитория: специализированная мебель, компьютер преподавателя Pentium-G3420-3,2ГГц, монитор с ЖК 17", мультимедийный проектор, экран. Система для видеоконференций Logitech ConferenceCam

ПО: ОС Windows v.7, 8, 10, Набор утилит (архиваторы, файл-менеджеры), LibreOffice v.5-7, Foxit PDF Reader

394018, г. Воронеж, площадь Университетская, д. 1, ауд. 297

Учебная аудитория: специализированная мебель, компьютер преподавателя i3-3240-3,4ГГц, монитор с ЖК 17", мультимедийный проектор, экран

ПО: ОС Windows v.7, 8, 10, Набор утилит (архиваторы, файл-менеджеры), LibreOffice v.5-7, Foxit PDF Reader

394018, г. Воронеж, площадь Университетская, д. 1, ауд. 380

Учебная аудитория: специализированная мебель, компьютер преподавателя i3-3240-3,4ГГц, монитор с ЖК 17", мультимедийный проектор, экран

ПО: ОС Windows v.7, 8, 10, Набор утилит (архиваторы, файл-менеджеры), LibreOffice v.5-7, Foxit PDF Reader

394018, г. Воронеж, площадь Университетская, д. 1, ауд. 305п

Учебная аудитория: специализированная мебель, ноутбук HP Pavilion Dv9000-er, мультимедийный проектор, экран

ПО: ОС Windows v.7, 8, 10, Набор утилит (архиваторы, файл-менеджеры), LibreOffice v.5-7, Foxit PDF Reader

394018, г. Воронеж, площадь Университетская, д. 1, ауд. 307п

Учебная аудитория: специализированная мебель, ноутбук HP Pavilion Dv9000-er, мультимедийный проектор, экран

ПО: ОС Windows v.7, 8, 10, Набор утилит (архиваторы, файл-менеджеры), LibreOffice v.5-7, Foxit PDF Reader

19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Разделы дисциплины (модули)	Код компетенции	Код индикатора	Оценочные средства для текущей аттестации
1	Разделы 1-4	ОПК-1	ОПК-1.1	Письменный опрос
2	Разделы 1-4	ОПК-1	ОПК-1.2	Контрольная работа
3	Разделы 1-4	ОПК-1	ОПК-1.3	Контрольная работа

Промежуточная аттестация

Форма контроля - Зачет с оценкой, Контрольная работа

Оценочные средства для промежуточной аттестации

Перечень вопросов для письменного опроса

20 Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

20.1 Текущий контроль успеваемости

Контрольная работа № 1 (Ограниченно-детерминированные функции)

Задание 1. По заданным ограниченно-детерминированным функциям

$$f(X) = (0, x(1), 0, x(4), x(5), \dots) \text{ и } g(X) = (x(1), 1, x(2), x(4), x(5), \dots)$$

построить их суперпозицию $f(g(X))$ и определить ее вес.

Задание 2. Описать функцию $f(X)$ из задания 1 при помощи дерева и усеченного дерева; построить диаграмму Мура и канонические уравнения для этой функции.

Задание 3. Ввести обратную связь $O(Z_1, X_1)$ в конечном автомате

$$Z_1 = X_2 + \overline{X_1}, \quad Z_2 = X_1 \vee \overline{X_2}$$

и описать получающуюся функцию как ОДФ.

Контрольная работа № 2 (Математическая логика)

Задание 1. С помощью теоремы о дедукции доказать выводимость (объединение посылок)

$$(A \rightarrow (B \rightarrow C)) \rightarrow ((A \& B) \rightarrow C).$$

Задание 2. Предъявить список вывода для формулы

$$A \rightarrow (B \rightarrow (A \vee B)).$$

Задание 3. Доказать выводимость (доказательство от противного)

$$\bar{A} \rightarrow B \vdash \bar{B} \rightarrow A.$$

Контрольная работа № 3 (Теория алгоритмов)

Задание 1. Построить машину Тьюринга, переводящую начальную конфигурацию на ленте $q_1 1^n 0 1 0 1^k$ в конечную $q_0 1^{n-1} 0 1 0 1^{k+1}$.

Задание 2. Построить примитивную рекурсию функций $f(x) = 2x$ и $g(x, y, z) = x + z$ по переменной x со счетчиком z .

Задание 3. Доказать, что функция x^2 принадлежит классу $P_{пр}$ примитивно-рекурсивных функций.

Контрольная работа № 4 (k-значная логика)

Задание 1. Представить многочленом по mod 3 функцию $f(x, y, z)$, такую, что $f(0, 1, 2) = 1$, а во всех остальных точках ее значения равны нулю.

Задание 2. Представить нулевую константу из P_3 в виде формулы над $A = \{I_0(x), \bar{x}\}$.

Задание 3. Доказать, что одиночная функция $W(x, y) = (\max(x, y) + 1) \pmod{k}$ образует полную систему в P_k .

20.2 Промежуточная аттестация

Перечень вопросов для письменного опроса

1. Детерминированные функции. Примеры.
2. Выполнимые и равносильные формулы в ИП. Отрицание формулы с кванторами.
3. Описание детерминированных функций деревьями.
4. Общезначимость и общезначимость в конечном в ИП.
5. Понятие и примеры ограниченно-детерминированных функций (ОДФ).
6. Замкнутость класса $P_{выч}$ относительно операций примитивной рекурсии и минимизации.
7. Задание ОДФ усеченными деревьями.
8. Полиномы по mod k в k-значной логике.
9. Задание ОДФ диаграммами Мура.
10. Формулы исчисления предикатов (ИП). Кванторы и их использование.
11. Задание ОДФ каноническими уравнениями.
12. Аксиомы и правила вывода в ИП. Непротиворечивость ИП.
13. Суперпозиция ДФ и ОДФ.
14. Полнота (в узком и широком смысле) исчисления высказываний.

15. Зависимость с запаздыванием. Обратная связь для ДФ и ОДФ.
16. Вычислимость частичных числовых функций. Основные примеры.
17. Понятие о конечных автоматах. Автоматы с обратной связью.
18. Отсутствие полноты в исчислении предикатов.
19. Полные системы функций в $P_2, P^2, (P_{OD}, C, O)$.
20. Понятие машины Тьюринга: команда, программа, конфигурация.
21. Конечные базисы в (P_{OD}, C, O) .
22. Применимость машины Тьюринга к слову, эквивалентность машин, примеры.
23. Формулы логики высказываний (ЛВ). Истинность и общий вид формулы.
24. Определения операций C, Pr, μ с частичными числовыми функциями..
25. Формулы ЛВ и булевские функции. Общезначимые формулы.
26. Частичная рекурсивность вычисляемых функций. Формула Клини.
27. Подстановка в формулу. Сохранение общезначимости.
28. Функции k-значной логики. Реализация функций формулами.
29. Правило Modus Ponens (MP). Теоремы логики высказываний.
30. «Правильное» вычисление функций. Замкнутость класса $P_{\text{выч}}$ относительно операции суперпозиции.
31. Выводимость из списка формул Γ . Свойства формул, выводимых из различных списков.
32. Классы рекурсивных функций. Простейшие связи.
33. Теорема о дедукции в исчислении высказываний.
34. Класс примитивно-рекурсивных функций. Примеры.
35. 16 основных выводимостей.
36. Понятие и примеры полных систем функций k-значной логики.
37. Полнота и непротиворечивость формальных теорий. Непротиворечивость исчисления высказываний (ИВ).
38. Операции с машинами Тьюринга: композиция, итерация, разветвление.
39. Выводимость формулы A из ее элементарных составляющих.
40. Замкнутые классы функций k-значной логики и их свойства.
41. Общезначимые формулы и «Закон исключенного третьего».
42. Правило Modus Ponens (MP). Теоремы логики высказываний.
43. Обоснование метода доказательства «От противного» ($A \supset B \Leftrightarrow \bar{B} \supset \bar{A}$).
44. Теорема Слупецкого о полноте системы функций.

Для оценивания результатов обучения на зачёте с оценкой используется 4-балльная шала: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
---------------------------------	--------------------------------------	--------------

<p>Полное соответствие ответа обучающегося всем перечисленным критериям. Обучающийся демонстрирует высокий уровень владения материалом, ориентируется в предметной области, верно отвечает на все дополнительные вопросы.</p>	<p>Повышенный уровень</p>	<p>Отлично</p>
<p>Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует одному или двум из перечисленных показателей, но обучающийся дает правильные ответы на дополнительные вопросы. Допускаются ошибки при воспроизведении части теоретических положений.</p>	<p>Базовый уровень</p>	<p>Хорошо</p>
<p>Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует любым трём из перечисленных показателей, обучающийся дает неполные ответы на дополнительные вопросы. Сформированные знания основных понятий, определений и теорем, изучаемых в курсе, не всегда полное их понимание с затруднениями при воспроизведении.</p>	<p>Пороговый уровень</p>	<p>Удовлетворительно</p>
<p>Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует любым четырём из перечисленных показателей. Обучающийся демонстрирует отрывочные знания (либо их отсутствие) основных понятий, определений и теорем, используемых в курсе.</p>	<p>-</p>	<p>Неудовлетворительно</p>